

# Clase del 5-9

Ignacio Mollo

September 5, 2017

1. Hades, el Dios griego de los Infiernos, se levanta en mitad de la noche con ganas de un tentempié nocturno. Para saciar su capricho, se dirige hasta el Abismo de las Almas Sufrientes, y procede a extraer 10 de ellas para devorárselas. Se sabe que la cantidad de almas en el abismo es de  $10^9$ , y que  $200 \cdot 10^6$  de ellas provienen de Licenciados en Ciencias de la Computación. Al Dios de los Infiernos le gusta agrupar a los Licenciados de a dos para comerlos juntos en un sánguche, pero si justo le sale una cantidad impar de Licenciados, los agrupa de a dos y al que quedó solo se lo come así nomás.
  - a Si  $X =$  "cantidad de computadores extraídos del Abismo", ¿cuál es la distribución de  $X$ ? Calcular la probabilidad de que Hades se coma exactamente dos sánguches.
  - b ¿Tu calculadora implosionó? ¡No hay problema! Trátá de aproximar a  $X$  con una variable  $Y$  más amigable.
  - c Compará los valores esperados de  $X$  e  $Y$ .
2. Hades está sometiendo a juicio, uno por uno, a un grupo de humanos proveniente de la Tierra, para asegurarse de que realmente merecen sufrimiento eterno. Sin embargo, esa mañana no tuvo tiempo de desayunar, y le entran ganas de comerse un sánguche ultragrande, para lo cual va a necesitar cuatro almas. Hades decide que los próximos cuatro humanos que sean culpables van a constituir su sánguche. La probabilidad de que un individuo sea culpable es de  $1/3$ . ¿Cuánto se espera que espere Hades hasta tener su sánguche? Calcular la probabilidad de que tenga que participar en exactamente 10 juicios.
3. Ignatius Reilly está vendiendo panchos en las calles de Nueva Orleans, arrastrando su carrito en forma de salchicha y vistiendo su traje de pirata. Ignatius ha adoptado un estilo agresivo de venta, y cada vez que se cruza con un transeúnte, le ofrece un pancho, que el paseante tiene una probabilidad de  $1/5$  de comprar. Sin embargo, cada dos ventas fallidas (no necesariamente consecutivas), Ignatius se frustra y tiene que comer una de las salchichas para calmarse. Si Ignatius empieza con 5 salchichas en su carro, ¿cuál es la probabilidad de que venda exactamente 3?
4.
  - a El señor Miyagi está probando su habilidad para capturar moscas usando sólo sus palitos chinos. Con Daniel-San ocupándose de los quehaceres domésticos, Miyagi dedica su día a la tarea, y efectúa 2000 intentos en total, independientes cada uno de los demás. La probabilidad de capturar una mosca con este método es de  $1/1000$ . Si  $X$  cuenta la cantidad de moscas capturadas con esta metodología ¿cuál es la distribución de  $X$ ? Calcular la probabilidad de que Miyagi consiga capturar exactamente 3 moscas a lo largo del día. Si la cuenta no resulta demasiado amena, probar aproximando con otra variable aleatoria.
  - b Luego de varios días de entrenamiento, Miyagi se siente confiado en sus habilidades y decide elevar la dificultad del desafío: esta vez, va a intentar capturar el mayor número de moscas posibles con los palitos chinos y los ojos vendados. A lo largo de toda una semana, en la que Daniel-San le llevó comida y un ocasional cambio de ropa, Miyagi efectuó 20000 intentos independientes, cada uno con una probabilidad de  $1/10000$  de éxito. Si  $Y$  es la cantidad de moscas capturadas, ¿Cuál es la distribución de  $Y$ ? Nuevamente, calcular la probabilidad de que 3 moscas hayan sido capturadas, y aproximar por otra variable aleatoria de ser necesario.
5. Hades tiene un convenio con Zeus, que consiste en lo siguiente: Zeus hará vista gorda a todas las irregularidades financieras y morales que tengan lugar en el Infierno, siempre y cuando Hades le mande al Olimpo un refrigerio de Almas por día. El problema es que Zeus es un Dios caprichoso, y la cantidad de Almas que ordena por día sigue una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda = 4$ . Sabiendo que ése es el caso, todas las mañanas Hades pesca cuatro Almas del Abismo. Si justo ese día el pedido de Zeus es menor a 4, Hades manda la cantidad pedida y se "recompensa" devorando las Almas que sobraron. Si el pedido de Zeus es mayor a cuatro, no le queda otra más que ir a pescar más almas del Abismo.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que en un día determinado Hades tenga que pescar más Almas del Abismo para satisfacer el pedido de Zeus?
  - Si Hades pierde 50 puntos de popularidad por cada Alma que entrega a Zeus para ser devorada, ¿cuál es la pérdida de popularidad esperada diaria?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que en un período de 10 días, haya exactamente dos días en que Hades tiene que agregar Almas?
  - El 1 de Junio Hades se cansa de los caprichos de Zeus, y decide que al segundo día que tenga que agregar almas al pedido, va a declararle la guerra al Olimpo. ¿Cuál es la probabilidad de que el 10 de junio comience una guerra terrible entre el Olimpo y el Infierno?